



Laboratoire POEMS (CNRS/ENSTA/INRIA), ENSTA Paris, Institut Polytechnique de Paris, Palaiseau, France
LAUM — Laboratoire d'Acoustique, CNRS, Université du Mans, France

Stage (5/6 mois) dans le laboratoire POEMS

Niveau M2 en mathématiques appliquées, mécanique ou calcul scientifique

Étude numérique de méthodes d'éléments finis discontinus alternatives pour la simulation d'ondes aéro/acoustiques en régime harmonique

— Dans le cadre du projet ANR WavesDG —

Mots clés : Simulation numérique, Équation de Helmholtz, Éléments finis discontinus, Formulations variationnelles, Programmation scientifique (matlab, julia, C++)

Contexte scientifique

Les méthodes d'éléments finis sont utilisées dans l'industrie et le milieu académique pour résoudre des problèmes de propagation d'ondes en régime harmonique (*e.g. études aéro/acoustiques, étude des nuisances sonores, compatibilité électromagnétique, imagerie médicale/sismique, ...*). Ces méthodes sont fiables et permettent de tenir compte de configurations physiques/géométriques réalistes, mais la résolution de problèmes est très coûteuse, surtout pour les cas à hautes fréquences. En effet, pour de tels problèmes, les systèmes algébriques obtenus après discrétisation sont très grands et mal conditionnés, ce qui est difficile à résoudre avec les approches directes/itératives classiques. Ces contraintes limitent la taille et la précision des problèmes qui peuvent être résolus en pratique.

Les méthodes les plus utilisées sont basées sur des éléments finis (continus) standards, éventuellement avec une adaptation de l'ordre et de la taille des éléments. Les limitations de performance ont motivé le développement et l'étude de méthodes d'éléments finis discontinus alternatives, basées sur des éléments finis discontinus (*e.g. DG, Trefftz, HDG, IPDG, UWVF, ...*). Ces méthodes permettent beaucoup de variantes (*e.g. utilisation de fonctions de base alternatives, couplage inter-élément, techniques de stabilisation, ...*), dont certaines restent à explorer. À l'heure actuelle, aucune de ces méthodes n'a supplanté les méthodes classiques, mais la recherche est particulièrement active sur le sujet.

Ce stage sera effectué dans le cadre du projet ANR WavesDG, dont le démarrage est prévu au début de l'année 2022. Ce projet vise au développement de méthodes d'éléments finis discontinus plus performantes, inspirées de travaux récents réalisés dans le contexte des méthodes de décomposition de domaine. Ce projet rentre dans le cadre d'une collaboration entre le laboratoire POEMS (Palaiseau), le LAUM (Le Mans), l'équipe Atlantis (INRIA Sophia-Antipolis), l'IECL (Nancy), l'université de Liège (Belgique) et l'entreprise Siemens Digital Industries Software (Belgique).

Objectifs et contenu du stage

L'objectif de ce stage est d'implémenter (en matlab ou julia), d'étudier et de comparer numériquement deux méthodes d'éléments finis discontinus existantes (*basées sur des fonctions de base polynomiales et de type "ondes planes"*) pour des problèmes écrits avec l'équation de Helmholtz (*problèmes acoustiques*). En fonction des résultats et de l'intérêt du candidat/de la candidate, l'étude comprendra une investigation sur l'utilisation de couplages inter-éléments alternatifs et/ou sur la prise en compte d'un écoulement (*problèmes aéroacoustiques*) et/ou sur la mise en œuvre en C++.

Ce travail offrira une base pour pouvoir tester et évaluer de nouvelles méthodes d'éléments finis discontinus. Une première revue de littérature est disponible, ainsi qu'une partie des codes de départ (en matlab).

Profil du candidat/de la candidate

Ce stage s'adresse à un(e) étudiant(e) d'un parcours d'ingénieur et en Master 2 (*en mécanique, en mathématique appliquée ou en calcul haute performance*) intéressé(e) par les méthodes numériques et la programmation scientifique. Il/Elle doit avoir de bonnes bases sur la résolution des problèmes d'équations aux dérivées partielles, sur la méthode des éléments finis et sur la programmation scientifique. Ce stage peut déboucher sur une thèse financée par le projet WavesDG.

Le stage sera effectué au sein le laboratoire POEMS à l'ENSTA Paris (Palaiseau), en coordination avec le LAUM (Le Mans). Durée : entre 5 et 6 mois

Contacts : Dr Axel Modave (CNRS, POEMS) et Prof. Gwénaél Gabard (LAUM)
axel.modave@ensta-paris.fr et gwenael.gabard@univ-lemans.fr

Quelques références

- [1] Gabard (2007), Discontinuous Galerkin methods with plane waves for time-harmonic problems, *J. Comput. Phys.*, 225, (2), 1961-1984
- [2] Lieu, Gabard, Bériot (2016) A comparison of high-order polynomial and wave-based methods for Helmholtz problems. *J. Comput. Phys.*, 105-125
- [3] Lieu, Marchner, Gabard, Bériot, Antoine, Geuzaine (2020). A non-overlapping Schwarz domain decomposition method with high-order finite elements for flow acoustics. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 369, 113223 [[preprint](#)]
- [4] Modave, Royer, Antoine, Geuzaine (2020). A non-overlapping domain decomposition method with high-order transmission conditions and cross-point treatment for Helmholtz problems. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 368, 113162 [[preprint](#)]

Version du document : 15 octobre 2021