

# Evaluation de l'efficacité de blindage de parois hétérogènes par une méthode de Galerkin discontinue en domaine temporel

A. Kameni<sup>1</sup>, A. Modave<sup>2</sup>, M. Boubekeur<sup>1</sup>, C. Geuzaine<sup>2</sup> and L. Pichon<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Génie Electrique de Paris, UMR 8507 CNRS, Supelec, Universités Paris VI et Paris XI, Gif-sur-Yvette, France

<sup>2</sup> Institut Montéfiore Université, de Liège, Belgique  
E-mail : abelin.kameni@lgep.supelec.fr

**Résumé** —

Cet article présente l'utilisation d'une méthode de Galerkin discontinue en domaine temporel pour l'analyse des champs rayonnés en compatibilité électromagnétique. Elle est validée, par comparaison à une solution analytique en milieu semi-infini issue de la méthode des caractéristiques, et par comparaison à une expression de l'efficacité de blindage d'une paroi homogène. Un exemple de calcul sur une paroi hétérogène pour lequel on a généralement recours à un procédé d'homogénéisation est proposé. Pour une paroi comportant des inclusions en rangement carré, les résultats obtenus correspondent aux prédictions des modèles d'homogénéisation.

## I. INTRODUCTION

Le développement des nouvelles technologies dans des domaines tels que l'électronique, l'électricité et l'électromagnétisme, a donné une importance considérable à l'étude des problèmes de cohabitation des systèmes. En compatibilité électromagnétique rayonnée, la recherche des moyens d'optimisation de l'émissivité et de l'immunité des systèmes passe par la modélisation et la caractérisation des matériaux utilisés.

De nombreuses méthodes de discrétisation permettent de mettre en place des modèles d'évaluation de l'efficacité du blindage d'un système [1]. Mais, face à l'utilisation croissante des matériaux complexes et hétérogènes, l'implémentation des modèles notamment basés sur les approches éléments finis classiques devient laborieuse.

Cet article décrit une approche éléments finis discontinue permettant de résoudre le problème de propagation des ondes électromagnétiques dans les matériaux conducteurs ou non. Ce type d'approche étant bien adaptée à l'utilisation des fonctions continues et discontinues [2], devient alors un outil adéquat pour étudier la propagation des ondes en milieu hétérogène.

## II. FORMULATION DU SYSTÈME

Les approches Galerkin discontinues sont dédiées à la résolution des équations différentielles sous forme conservative. Elles consistent à résoudre le problème sur chaque élément du maillage considéré, et nécessitent une discrétisation éléments finis et la construction des termes de flux pour décrire les échanges entre éléments. Les matrices obtenues par ce type d'approche sont diagonales par blocs et bien appropriées pour la mise en place du calcul parallèle.

### A. Forme conservative des équations de Maxwell

Soient  $E$  et  $H$ , respectivement le champ électrique et le champ magnétique. Dans un milieu de permittivité  $\epsilon$  et de perméabilité  $\mu$ , les équations de Maxwell (1) combinées aux lois constitutives  $B = \mu H$  et  $D = \epsilon E$ , peuvent se mettre

sous la forme conservative donnée par (2).

$$\epsilon \frac{\partial E}{\partial t} - \text{rot} H = J \quad ; \quad \mu \frac{\partial H}{\partial t} + \text{rot} E = 0 \quad (1)$$

$$M \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla \cdot F(u) = Q \quad (2)$$

avec  $u = (E, H)$ ,  $M = \begin{pmatrix} \epsilon & 0 \\ 0 & \mu \end{pmatrix}$ ,  $Q = (J, 0)$ ,  $F(u) = [F_1(u), F_2(u), F_3(u)]$ , où  $F_i = (-e_i \times H, e_i \times E)$  et avec  $e_i$  le vecteur de la base canonique.

### B. Formulation variationnelle et discrétisation

On considère une fonction test  $\phi_e$ . La formulation faible s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{\Omega_e} M u \phi_e dV - \int_{\Omega_e} F(u) \nabla \phi_e dV - \int_{\partial \Omega_e} F(u) \cdot n \phi_e d\Gamma_e \\ = \int_{\Omega_e} Q \phi_e dV \end{aligned} \quad (3)$$

La discrétisation éléments finis sur  $\Omega_e$  introduit la matrice de masse  $M_{\alpha, \Omega_e} = \int_{\Omega_e} \alpha \phi_e \cdot \phi_e dV$ , ( $\alpha = \epsilon, \mu$ ) et la matrice de rigidité  $S_{\Omega_e} = \int_{\Omega_e} \phi_e \nabla \phi_e dV$ .

Les termes de flux sont nécessaires pour décrire les échanges entre les éléments. Leur mise en place consiste à remplacer  $F(u) \cdot n$  par une expression  $F^{num}$  appelée flux numérique. Nous implémentons l'expression (4) construite grâce à la recherche des invariants [3] :

$$F(u) \cdot n \equiv F^{num} = \begin{cases} n \times \frac{\{ZH\}}{\{Z\}} - n \times \frac{(n \times \{E\})}{\{Z\}} \\ n \times \frac{\{YE\}}{\{Y\}} + n \times \frac{(n \times \{H\})}{\{Y\}} \end{cases} \quad (4)$$

avec  $Z = 1/Y = \sqrt{\mu\epsilon^{-1}}$  et les fonctions à l'interface : saut  $\llbracket u \rrbracket = (u^+ - u^-)/2$  et moyenne  $\{u\} = (u^+ + u^-)/2$ .

## III. EXEMPLES DE VALIDATION

Dans ces exemples on considère  $E = (0, 0, E_z)$  et  $H = (H_x, H_y, 0)$ . On rappelle que pour une onde plane incidente  $E^i$  et une onde plane transmise  $E^t$ , l'efficacité du blindage est donnée par :  $SE_{dB} = 20 \log \left( \frac{E^i}{E^t} \right)$ .

### A. Propagation en milieu semi-infini

On étudie la propagation entre deux milieux non conducteur de permittivités relatives différentes. On considère deux

domaines identiques de longueur  $3m$ , séparés en  $x = 0$  tel que : à gauche  $\epsilon_g = 5$ ,  $\mu_g = 1$ , et à droite  $\epsilon_d = 5$ ,  $\mu_d = 1$ . A l'instant initial, on impose une impulsion telle que :  $E_z(t = 0) = \cos[k(x - x_0)]$  si  $x \in [0.25m, 1.75m]$ , avec  $x_0 = 1m$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ , et  $\lambda = 0.75m$ . Aux bords du domaine on impose des conditions absorbantes sur les cotés droit et gauche, et des conditions de type murs magnétiques sur les cotés haut et bas.

On compare la solution numérique en champ réfléchi et champ transmis à la solution analytique construite par la méthode des caractéristiques [5]. Au positions,  $x = 1m$  pour le champ réfléchi et  $x = -1m$  pour le champ transmis, les deux solutions se superposent (Fig.2).

### B. Blindage par une paroi

On considère une paroi homogène conductrice entourée d'air (Fig.1). Elle est d'épaisseur  $e = 1mm$ , de conductivité  $\sigma_p = 10^3 S/m$ , de permittivité et perméabilité relatives  $\epsilon_p = 5$ ,  $\mu_p = 1$ . On impose sur les cotés haut et bas des conditions de type murs magnétiques, sur le coté gauche une condition absorbante. On applique à droite un champ incident  $E_z^i = \sin[\omega t + k(x - x_0)]$ , avec  $k = \omega/c$  et  $x_0 = 0.021m$ .

On compare nos valeurs d'efficacité de blindage à celles de l'expression analytique issue des développements 1D en domaine fréquentiel [6]. Les valeurs calculées aux fréquences  $f \in \{0.1, 1, 10, 100\}GHz$  sont identiques (Fig.3).

### C. Blindage par une paroi hétérogène

Une paroi non conductrice d'épaisseur  $e = 1mm$  comportant des inclusions en rangement carré de diamètre  $d_i = 0.1mm$ , de permittivité relative  $\epsilon_i = 5$ , de perméabilité relative  $\mu_i = 1$  et de conductivité  $\sigma_i = 10^3 S/m$ . Pour différents taux d'inclusions  $\tau$  dans la paroi (Fig.4 :  $\tau = 20\%$  et  $\tau = 76\%$ ), on détermine l'efficacité de blindage à la fréquence  $f = 10GHz$ .

Les valeurs obtenues  $SE_{dB}^{20\%} = 38$  et  $SE_{dB}^{76\%} = 66$ , coïncident avec celles d'une paroi homogène de conductivité équivalente  $\sigma_p = \tau\sigma_i$ , ce qui est en accord avec des travaux relatifs à l'homogénéisation qui stipulent que la conductivité équivalente de la paroi hétérogène est proportionnelle à son taux de remplissage [4].

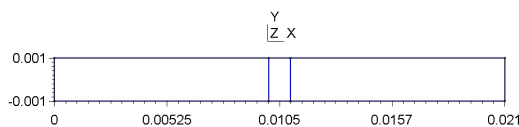


FIGURE 1. Paroi d'épaisseur  $e = 1mm$  ( $\epsilon_p, \mu_p, \sigma_p$ ) ayant à gauche et à droite de l'air ( $\epsilon_a = 1, \mu_a = 1, \sigma_a = 0$ )

## RÉFÉRENCES

- [1] J. De Moerloose, S. Criel, R De Smedt "Comparison of FDTD and MoM for shielding effectiveness modelling of tests enclosures", *IEEE international Symposium on Electromagnetic Compatibility.*, pp.596-601, 1997.
- [2] D.N. Arnold, F. Brezzi, B. Cockburn, L.D. Marini, "Unified analysis of discontinuous galerkin methods for elliptic problems", *SIAM J. Num. Anal.*, vol.39, n.5, pp.1749-1779, 2002.
- [3] J.S Hesthaven, T Warburton "Nodal high-order methods on unstructured grids : time domain solution of Maxwell's equations", *J. Comp. Phys.*, vol.181, n.1, pp.186-221, 2002.

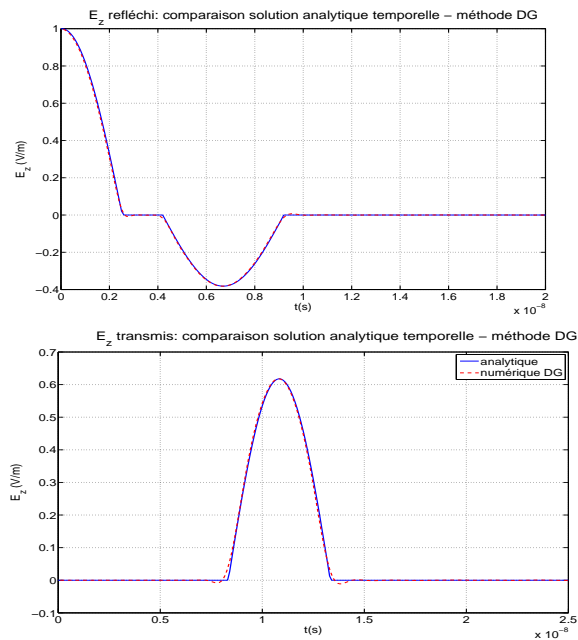


FIGURE 2. comparaison analytique-DG : (a)  $E_z$  réfléchi pris en  $x = 1$  (b)  $E_z$  transmis pris en  $x = -1$

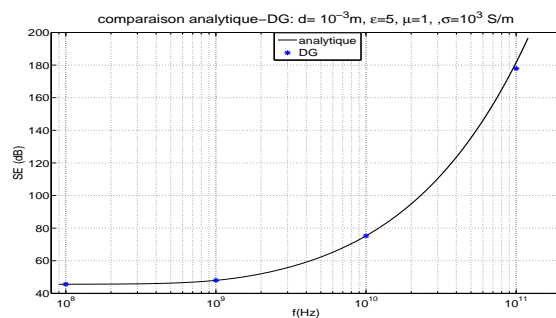


FIGURE 3. Comparaison analytique-DG de l'efficacité de blindage

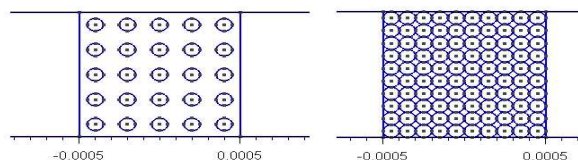


FIGURE 4. Paroi d'épaisseur  $e = 1mm$  remplie d'inclusions de diamètre  $d_i = 0.1mm$  : (g)  $\tau = 20\%$  (d)  $\tau = 76\%$

- [4] J.R. Gaier, "Intercalated graphite fiber composites as EMI in aerospace structures", *IEEE, Trans Electromagn. Compatibility*, vol.34, n.3, pp-351-356, 1992.
- [5] G. Gimonet, J-P. Cioni, L. Fezoui, F. Poupaud, *Approximation numérique des équations de Maxwell en milieu hétérogène monodimensionnel par un solveur de Riemann exact*, Rapport de recherche INRIA, num 95-37, 1995
- [6] J.A Stratton, J. Hebenstreit, *Théorie de l'électromagnétisme*, Dunod, Paris, 1961